

## La coma pitagórica

El sistema de Pitágoras parte del axioma que obliga a cualquier intervalo a expresarse como una combinación de un número mayor o menor de quintas perfectas (de razón 3/2).

The image shows two musical staves illustrating the Pythagorean comma. The top staff is labeled "12 quintas" and shows a sequence of 12 perfect fifths (quintas) ascending. The bottom staff is labeled "7 octavas" and shows a sequence of 7 octaves (octavas) ascending. Both staves have a dashed line labeled "8VA" indicating the span of the sequence. The difference between the two systems is the Pythagorean comma.

Estas quintas forman un círculo de quintas que no llega a cerrarse.

La quinta número doce llega a una nota que no es igual a la nota que se tomó como base en un principio. Al reducir las doce quintas en siete octavas, el intervalo que se obtiene no es el unísono, sino una pequeña fracción del tono llamada coma (o coma) pitagórica.

Esto no es una anomalía del cálculo aunque pueda parecerlo si uno intenta afinar las doce notas de la escala cromática, mediante el encadenamiento de quintas perfectas. Simplemente la quinta es incompatible con la octava y esta diferencia puede resolverse de muchas maneras que dan lugar a distintos sistemas de afinación derivados del sistema de Pitágoras.

Otra manera corriente para expresar un intervalo es el "cent". El cent divide la octava en 1200 partes iguales

Por lo tanto un semitono de la escala temperada, que era la que dividía la octava en doce intervalos idénticos, tendrá 100 cents. Un tono temperado 200, etc, etc.

Podemos calcular ahora cuántos cents tiene un intervalo de quinta justa, que es el que hemos utilizado para construir nuestra escala de posts anteriores.

$$\text{quinta justa} = \log 3/2 \times 1200 / \log 2 = 701,955 \text{ cents}$$

Recordemos que, por definición:

$$\text{octava justa} = 1200 \text{ cents.}$$

Habíamos visto que doce quintas justas no eran idénticas a siete octavas. Efectivamente:

$$12 \text{ quintas} = 12 \times 701,955 = 8.423,46 \text{ cents}$$

$$7 \text{ octavas} = 7 \times 1200 = 8.400 \text{ cents}$$

$$1 \text{ coma pitagórica} = 23,46 \text{ cents}$$

Así pues, todo el misterio está en repartir estos casi 23 cents y medio entre las doce quintas, en función de qué es lo que queramos conseguir. Si queremos facilidad en la afinación de instrumentos repartimos equitativamente:  $23,5/12 = 1,95$  cents por quinta; valor que aproximaremos a 2 cents por quinta.